Relaciones pitagóricas

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$$

¿Para cada $n \in \mathbb{N}$, existen $a_1, a_2, \dots, a_{n+1} \in \mathbb{N}$, con $a_1 < a_2 < \cdots < a_{n+1}$, tal que ${a_1}^n + {a_2}^n + \cdots + {a_n}^n = {a_{n+1}}^n$?
De ser cierto lo anterior, sugiere que existe en los naturales una sucesión de potencias perfectas, por ejemplo: 25, 216, que se expresan como suma de potencias del mismo exponente. Y cabe preguntarse si la serie de sus recíprocos converge.

$$(a + b)^2 = (a^2 + b^2) + 2(ab)$$

$$(a + b + c)^3 = (a^3 + b^3 + c^3) + 3(a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b + 2abc)$$